ÍNDICE

01 ARITMÉTICA

02 ÁLGEBRA

03

GEOMETRÍA

04

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

ECUACIONES LINEALES

Saberes previos

DEFINICIÓN

Una ecuación es una igualdad entre expresiones algebraicas que se conforma por diversos elementos:

Ejemplo: **6x-12=8x-24**

a) Miembros: son aquellas expresiones que se encuentran en ambos lados del signo igual. Ej. "6x-12" es el miembro izquierdo y "8x-24" es el miembro derecho.

b) Términos: Son los monomios y/o términos independientes que conforman cada miembro. En nuestro ejemplo, los monomios son: "6x" y "8x", y los términos independientes "-12" y "-24".

c) Variables/incógnitas/literales: Son las letras que aparecen en la ecuación, y cuyo valor quiere ser encontrado.

d) Grado: Es el máximo exponente que tiene la variable después de haber realizado todas las operaciones indicadas. En este capítulo se abordarán las ecuaciones de grado "1", mejor conocidas como lineales o de primer grado.

Para poder encontrar el valor de la incógnita es recomendable seguir los siguientes pasos:

1) Identificar el orden en el que las operaciones aritméticas afectan a la incógnita y enumerarlas cronológicamente comenzando con aquella operación que le afecta en primera instancia.

2) Despejar la variable, quitando primero aquellas operaciones que le afectan en última instancia y así sucesivamente.

Recuerda que:

a) Todo lo que está sumando pasa restando al otro miembro de la ecuación, y viceversa.
b) Todo lo que está multiplicando pasa dividiendo al otro miembro de la ecuación, y viceversa.

EJEMPLO

$$\frac{7x-12}{2}=64$$

Enumeramos las operaciones que afectan a la incógnita:

1 2

$$\frac{7x-12}{2}=64$$

3

Empezamos a despejar por aquella operación que afecta al último:

$$7x-12=(64)(2)$$
$$7x-12=128$$
$$7x=128+12$$
$$7x=140$$
$$x=\frac{140}{7}$$
$$x=20$$

Para validar nuestro resultado, debemos de realizar una ***comprobación*** sustituyendo el valor obtenido en la incógnita y verificar si la igualdad prevalece.

En la ecuación $\frac{7x-12}{2}=64$ sustituimos $x=20$.

$$\frac{7(20)-12}{2}=64$$

$$\frac{140-12}{2}=64$$

$$\frac{128}{2}=64$$

$$\underline{64=64}$$

No todas las ecuaciones de primer grado son tan simples como el ejemplo anterior, hay algunas otras en donde se involucran signos de agrupación y operaciones algebraicas como se muestra a continuación:

Ejemplo

$$(3x-7)^2-5(2x+1)(x-2)=-x^2-[-(3x-1)]$$

$$(3x-7)(3x-7)-5(2x+1)(x-2)=-x^2-[-(3x-1)]$$

$$9x^2-21x-21x+49-(10x+5)(x-2)=-x^2-[-3x+1]$$

$$9x^2-42x+49-(10x^2-20x+5x-10)=-x^2+3x-1$$

El resultado de la multiplicación que está en letras verdes permanece dentro del paréntesis porque un signo menos lo antecede, por lo tanto, afactará los signos.

$$9x^2-42x+49-(10x^2-15x-10)=-x^2+3x-1$$

$$9x^2-42x+49-10x^2+15x+10=-x^2+3x-1$$

$$-x^2-27x+59=-x^2+3x-1$$

$$-x^2-27x+x^2-3x=-1-59$$

$$-30x=-60$$

$$x=\frac{-60}{-30}$$

$$\boldsymbol{x=2}$$

A veces las ecuaciones lineales también pueden ser fraccionarias, es decir, cuando la ecuación contiene fracciones algebraicas. Ej. $\frac{2x+3}{x-8}$

Hay dos tipos de ecuaciones lineales fraccionarias, lo que conlleva a dos formas distintas de resolverlas. A continuación se describen ambos casos:

Caso 1: cuando hay solamente una fracción algebraica en cada uno de los miembros. Para ello resolveremos a través del método de productos cruzados.

Caso 2: cuando hay más de dos fracciónes algebraicas en la ecuación, es decir, más de una en alguno de los miembros. Para poder resolver este tipo de ecuaciones se busca eliminar la fracción algebraica transformando la ecuación a través de una multiplicación.

Ejemplo

CASO 1 "PRODUCTOS CRUZADOS"

$$\frac{2x+7}{5x+2}=\frac{2x-1}{5x-4}$$

Al estar dividiendo las expresiones algebraicas que están en el denominador, pueden pasar multiplicando al numerador del otro miembro.

$$(2x+7)(5x-4)=(2x-1)(5x+2)$$

$$10x^2-8x+35x-28=10x^2+4x-5x-2$$

$$10x^2-10x^2-8x-4x+5x+35x=-2+28$$

$$28x=-2+28$$

$$28x=26$$

$$x=\frac{26}{28}$$

$$x=\frac{13}{14}$$

Ejemplo

CASO 2 “ELIMINACIÓN DE LA FRACCIÓN ALGEBRAICA CON APOYO DE LA MULTIPLICACIÓN”

$$\frac{5x+13}{15}-\frac{4x+5}{5x-15}=\frac{x}{3}$$

Al tener más de dos fracciones algebraicas en la ecuación, no podremos realizar el método de productos cruzados. Sin embargo, podemos multiplicar toda la ecuación por factores que nos ayuden a cancelar los denominadores.

$$\left\{\frac{5x+13}{15}-\frac{4x+5}{5x-15}=\frac{x}{3}\right\}(15)(5x-15)$$

$$\frac{(\cancel{15})(5x-15)(5x+13)}{\cancel{15}}-\frac{(15)\cancel{(5x-15)}(4x+5)}{\cancel{5x-15}}=\frac{(\overset{5}{\cancel{15}})(5x-15)(x)}{\cancel{3}}$$

$$(5x-15)(5x+13)-(15)(4x+5)=(5)(5x-15)(x)$$

$$25x^2+65x-75x-195-(60x+75)=(5x)(5x-15)$$

El resultado de la multiplicación que está en letras verdes permanece dentro del paréntesis porque un signo menos lo antecede, por lo tanto, afactará los signos.

$$25x^2-75x+65x-195-60x-75=25x^2-75x$$

$$25x^2-25x^2-75x+75x+65x-60x=195+75$$

$$65x-60x=195+75$$

$$5x=270$$

$$x=\frac{270}{5}$$

$$\boldsymbol{x=54}$$

Ahora que ya sabes resolver diversos tipos de ecuaciones lineales, es importante que sepas traducir el lenguaje común (condiciones de un problema) a un lenguaje algebraico.

El lenguaje algebraico nos ayuda a estructurar a través de una expresión algebraica o ecuación aquello que usualmente comunicamos o leemos mediante palabras en un problema, que en su mayoría son relaciones aritméticas entre diferentes variables. Por ejemplo:

- La ***suma*** de dos edades → a+b
- La ***diferencia*** de dos edades → a-b
- La edad de Juan ***aumentado*** en dos unidades → x+2
- El ***doble*** de la edad de Juan → 2x
- La ***tercera parte*** de la edad de Juan → $\frac{x}{3}$

Para poder traducir un conjunto de relaciones entre operaciones aritméticas dadas en un problema, es imperativo familiarizarse con una serie de palabras clave, las cuales se muestran a continuación:

Operación Aritmética	Lenguaje Común (palabras clave) ⟶ Lenguaje Igebraico
Suma	• Un número **aumentado** en 3 unidades → $x + 3$ • La **suma** de tres números diferentes →x+y+z
Resta	• Un número **disminuido** en 6 unidades → $x - 6$ • La **diferencia** de dos números → $x - y$ • El **exceso** de 12 con un número → $12 - x$
Multiplicación	• El **doble** de un número → $2x$ • **Tres veces** un número → $3x$ • El **quíntuplo** de un número → $5x$ • El **producto** de dos números diferentes → xy
División	• La **mitad** de un número → $\frac{x}{2}$ • La **tercera parte** de un número → $\frac{x}{3}$ • El **cociente** de dos números → $\frac{x}{y}$

EJEMPLO

El cubo de la quinta parte de la diferencia del triple de un número con el doble de otro equivale a 10.

$(\quad)^3 \rightarrow$	$\left(\frac{\quad}{5}\right)^3 \rightarrow$	$\left(\frac{\quad - \quad}{5}\right)^3 \rightarrow$	$\left(\frac{3x \quad - \quad}{5}\right)^3 \rightarrow$	$\left(\frac{3x \quad - \quad 2y}{5}\right)^3$
El cubo	de la quinta parte	de la diferencia	del triple de un número	con el doble de otro

$$\left(\frac{3x - 2y}{5}\right)^3 = 10$$

equivale a 10 unidades.

Ejercita

Ejercicio 1: Escribe la expresión algebraica o ecuación que corresponde a cada enunciado.

a) La suma de dos números. ______________________

b) La semidiferencia de dos números. ______________________

c) El producto de dos números consecutivos. ______________________

d) El cociente de dos números pares consecutivos. ______________________Nota: El menor entre el mayor.

e) El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia. ______________________

f) El quíntuplo de un número. ______________________

g) La suma de tres números impares consecutivos. ______________________

h) El cuádruplo de la diferencia de dos números. ______________________

i) La cuarta parte de un número. ______________________

j) La mitad de la diferencia del triple de un número con el doble de otro. ________________

k) Tres veces el cuadrado de un número equivale a 48. ____________________

l) El cuadrado de la suma de dos números consecutivos equivale a 225. _________________

m) El triple del cuadrado de la suma de dos números. ____________________

n) Tres veces el cubo de la suma del quíntuplo de un número con el doble de otro. ____________

o) El cubo del triple de la suma del quíntuplo de un número con el doble de otro. ______________

Ejercicio 2: Escribe en lenguaje ordinario las siguientes expresiones algebraicas.

a) $x^2 + y^2 = 149$

____

b) $(x)(x+1) = 132$

____

c) $(2x) + (2x+2) + (2x+4) = 304$

____

d) $\frac{(2x-1)(2x-3)}{2}$

____

e) $\frac{3[5x-2y]^2}{4}$

____

Ejercicio 3: Resuelve las siguientes ecuaciones.

1) $6x-12=-48$

2) $8w+120=12w+80$

3) $3(37x-28)=360$

4) $\frac{8(5x-12)}{3}=8x$

5) $24y+18=9y-12\ (y+3)$

6) $30w(w+1)=5(3w-1)(2w+5)-15(w-2)$

7) $(4x-12)(x+3)=4(x+3)^2$

8) $\frac{5(2x-1)}{4}-\frac{5(4x-5)}{8}=10-\frac{x-1}{8}$

13) $3-(f-6)(10f+1)=-(2f+3)(5f-1)$

14 $\frac{(2t-1)(5t+2)}{5}-2t^2=-(t-2)^2+(t+3)^2$

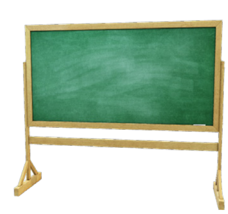
Ejercicio 4: Resuelve los siguientes problemas:

1) Luis dice la siguiente adivinanza: “cuando multiplico un número por ocho y le aumento 15 unidades me da como resultado 119”. ¿En qué número pensó Luis?

2) El quíntuplo de un número equivale a una quinta parte del mismo número aumentado en 120 unidades. ¿Cuál es el número?

3) Un número aumentado en su cuarta parte da como resultado 110. ¿Qué número cumple dicha condición?

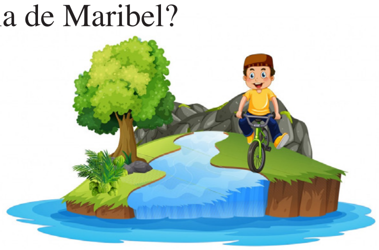
4) Las calificaciones de Sofía en la materia de Física son: 6, 7, 10, 8, ¿cuánto deberá sacar en el próximo parcial para promediar 8.2?



5) Considera un triángulo escaleno cuyos lados son tres números impares consecutivos. Si el perímetro es de 57 cm, ¿cuál es la medida del lado de mayor medida?

6) La suma de cuatro números pares consecutivos es 188. ¿Cuál es el mayor de ellos?

7) Todos los primos de Maribel viven en distintos municipios de Veracruz. Una tercera parte vive en Minatitlán, un quinta parte vive en Coatzacoalcos, y tres veces la diferencia de los que ya se ha mencionado viven en Totutla. ¿Cuántos primos hay en la familia de Maribel?



8) De un paquete de gelatinas se han vendido tres octavos, un cuarto y una sexta parte, y quedan todavía 15 unidades de dicho producto. ¿Cuántas gelatinas había en el paquete?

9) En la granja de la pequeña Aitana hay gallos, gallinas, pollos y borregos. Ella ha contado el doble de gallinas que gallos, el doble de pollos que gallinas, y el número de borregos es seis unidades menos que el número de gallinas. Si el número total de animales en la granja de la pequeña Aitana son 84. ¿Cuántos borregos hay?

10) Considera un rectángulo cuyo largo es siete veces su ancho. ¿cuál es la medida del largo del rectángulo si el perímetro es de 96 cm?

11) Un despachador de gasolina realiza su corte de propinas y le dice a su compañero: "tengo el mismo número de monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10, y en total he recibido \$360". ¿Cuánto dinero tiene en monedas con denominación de \$5?.

12) Lizeth ha retirado del banco \$17,900, en billetes de \$100, \$200, \$500 y \$1,000. El número de billetes de \$100 excede en 5 a los de \$200, el número de billetes de \$500 es la mitad de los que hay de \$200, y el número de billetes de \$1,000 es igual a los de \$100. ¿Cuántos billetes recibió de \$500?